

TURMA: 2º ANO F/ENSINO MÉDIO

Matemática: 11/06/2021

Orientações para a realização da atividade proposta:

- 1- **Escreva o cabeçalho com seu nome completo, turma e a data, em seu caderno.**
- 2- **Copiar, em seu caderno, o material a seguir.**
- 3- **Enviar as fotos do material produzido à docente.**

Trigonometria na Circunferência

Relação entre grau e radiano

Como fazer para converter um ângulo medido em grau para a sua equivalência em radiano? No Ensino Fundamental, você viu que o comprimento de uma circunferência de raio r é dado por $2\pi r$. Agora, vamos usar essa informação para estabelecer a relação entre grau e radiano e fazer conversões entre as unidades de medida angular.

Dada uma circunferência de raio r , o seu comprimento C é $C = 2\pi r$. Podemos interpretar essa expressão como o raio r que "cabe" 2π vezes nesse comprimento, ou seja, aproximadamente 6,28 vezes.

Como cada arco de comprimento igual a r corresponde a um ângulo central de medida 1 rad, então o arco de comprimento $2\pi r$ (a circunferência toda) corresponde a um ângulo central de medida 2π rad. Sabemos que a circunferência tem 360° , então concluímos que:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

A partir dessa relação, podemos escrever outras, por exemplo:

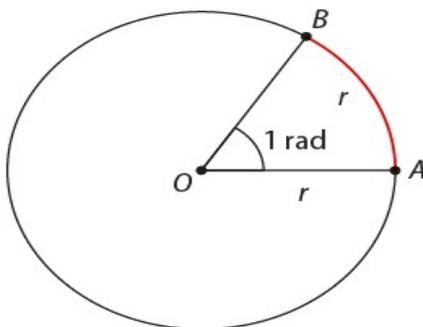
- $\pi \text{ rad} = 180^\circ$
- $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$
- $\frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$

Utilizando uma regra de três e a relação $\pi \text{ rad} = 180^\circ$, podemos converter em radiano qualquer medida angular expressa em grau e vice-versa. Por exemplo, para escrever 270° em radiano, fazemos:

$$\begin{array}{l} \pi \text{ rad} \text{ ————— } 180^\circ \\ x \text{ ————— } 270^\circ \end{array}$$

$$\text{Então: } x = \frac{\pi \text{ rad} \cdot 270^\circ}{180^\circ} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

Logo, 270° equivalem a $\frac{3\pi}{2}$ radianos.



Exemplos:

1. Expresse $22^{\circ}30'$ em radiano.

Resolução

Primeiro, vamos transformar $22^{\circ}30'$ em minuto: $22^{\circ}30' = 22 \cdot 60' + 30' = 1320' + 30' = 1350'$

Agora, vamos transformar 180° em minuto: $180^{\circ} = 180 \cdot 60' = 10800'$

Assim, podemos fazer a seguinte regra de três:

$$\left. \begin{array}{l} 10800' \text{ ————— } \pi \text{ rad} \\ 1350' \text{ ————— } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{10800}{1350} = \frac{\pi}{x} \Rightarrow \frac{8}{1} = \frac{\pi}{x} \Rightarrow 8x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$$

Podemos resolver de outro modo. Acompanhe:

Seja x a medida, em radiano, do arco correspondente a $22^{\circ}30'$. Como 30 minutos equivalem a meio grau, temos $22^{\circ}30' = 22,5^{\circ}$. Assim: $x = 22,5^{\circ} \Rightarrow 2x = 45^{\circ} \Rightarrow 4x = 90^{\circ} \Rightarrow 4x = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$

Logo, $22^{\circ}30' = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$.

2. Determine, em grau, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 8h20.

Resolução

Seja α a medida do ângulo pedido e x a medida do ângulo descrito pelo ponteiro das horas em 20 min a partir das 8 h. O mostrador do relógio é dividido em 12 arcos iguais. Por isso, o arco compreendido entre dois números consecutivos do relógio mede $\frac{360^{\circ}}{12}$, ou seja, 30° . Assim,

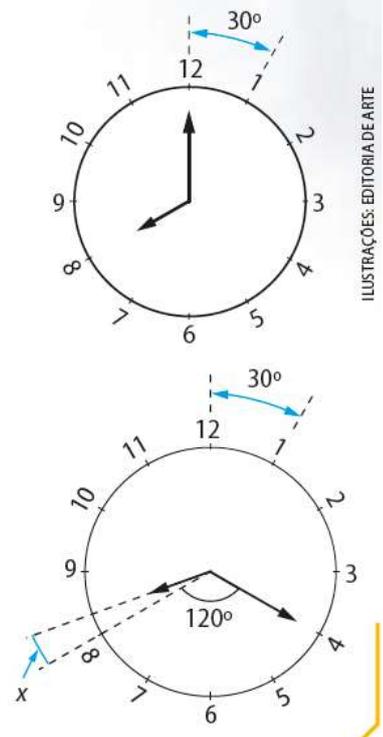
$\alpha = x + 120^{\circ}$, já que 120° é o ângulo formado pelo arco com extremidade nos números 4 e 8 do relógio.

A cada 60 minutos o ponteiro das horas percorre 30° . Então, podemos fazer a seguinte relação:

$$\left. \begin{array}{l} \text{tempo (min)} \quad \text{ângulo (grau)} \\ 60 \text{ ————— } 30 \\ 20 \text{ ————— } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{60}{20} = \frac{30}{x} \Rightarrow 3 = \frac{30}{x} \Rightarrow x = 10 \text{ (medida em grau)}$$

$$\alpha = x + 120^{\circ} \Rightarrow \alpha = 10^{\circ} + 120^{\circ} \Rightarrow \alpha = 130^{\circ}$$

Portanto, o ângulo solicitado mede 130° .



Bons Estudos!!!